

Bài I (2 điểm).

Cho hai biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \text{ và } B = \frac{x - 2}{x + 2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$
- 2) Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$
- 3) Tìm giá trị của x để $P = 2AB + \frac{4}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài II (2 điểm).

1) (Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình)

Một nhóm gồm 21 học sinh (cả nam và nữ) tham gia buổi lao động trồng cây. Các bạn nam trồng được 60 cây, các bạn nữ trồng được 55 cây. Mỗi bạn nam trồng được số cây như nhau và mỗi bạn nữ trồng được số cây như nhau. Tính số học sinh nam và học sinh nữ của nhóm biết rằng mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây

2) Một hình quạt tròn bán kính $R = \frac{4}{\sqrt{\pi}}$, cung 90° . Tính diện tích hình quạt đó.

Bài III (2,5 điểm).

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4x - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = -\frac{x^2}{2}$ và đường thẳng (d): $y = x + m$

a) Tìm tọa độ điểm M thuộc parabol (P) biết điểm M có tung độ bằng -2.

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ phân biệt và thỏa mãn $x_1x_2 + x_1 + x_2 = 10$

Bài IV (3 điểm).

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB cố định. Qua I là điểm cố định thuộc đoạn OA (I không trùng A và O) vẽ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường tròn tâm O tại M và N. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN (C không trùng các điểm M, N và B), E I là giao điểm của AC và MN.

- 1) Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp đường tròn.
- 2) Chứng minh $AE.AC = AI.AB$.
- 3) Chứng minh khi điểm C thay đổi trên cung lớn MN của đường tròn tâm O thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Bài V (0,5 điểm). Cho x, y, z là ba số thực không âm thỏa mãn $x + y + z = 1$. Chứng minh rằng $x + 2y + z \geq 4(1-x)(1-y)(1-z)$